

Automates et expressions rationnelles étendues

Exercice 1

On considère un langage dont les conventions lexicales sont les suivantes :

- les constantes entières signées sont des unités lexicales, dénotées par $[+-]?[0-9]^+$;
- les identificateurs de variables sont des unités lexicales, dénotées par $[a-z][a-z0-9]^*$;
- les mots $:=$, $;$ et $*$ sont des unités lexicales ;
- les espaces sont des séparateurs.

Les phrases suivantes sont-elles lexicalement bien formées pour ce langage ? Si oui, donner leur découpage en unités lexicales ; si non, dire sur quel caractère se situe l'erreur lexicale.

1. $x := -3;$
2. $x := -3 ;$
3. $x : = - 3 ;$
4. $x := - 3 ;$
5. $x := 3*y;$
6. $x*3 := y;$
7. $x3 := y+4;$
8. $x 3 := y + 4;$
9. $x 3 := y +4;$
10. $3 := x$
11. $3 =: x$
12. $;;xx333-4444:=5y+6$

Exercice 2

Soit $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0\}$ l'alphabet des chiffres arabes. En utilisant des expressions régulières étendues, donner des expressions rationnelles dénotant les langages suivants :

- Les séquences non vides de 1
- Les chiffres pairs (2 expressions possibles)
- Les nombres pairs (les zéros superflus sont autorisés)
- Les nombres ne se terminant pas par 2
- Les nombres sans les zéros superflus

Exercice 3

Sur l'alphabet $\{a, b\}$, donner, lorsque c'est possible, une expression rationnelle et un automate fini pour chacun des langages suivants :

1. $L = \{\text{ensemble des mots } w \text{ commençant par } ab\};$
2. $L = \{\text{ensemble des mots } w \text{ se terminant par } bb\};$
3. $L = \{\text{ensemble des mots } w \text{ commençant par } ab \text{ et se terminant par } bb\};$

4. $L = \{\text{ensemble des mots } w \text{ contenant au moins trois occurrences successives de } a\}$;
5. $L = \{\text{ensemble des mots } w \text{ ne commençant pas par } ba\}$;
6. $L = \{\text{ensemble des mots } w \text{ de longueur paire, y compris le mot de longueur } 0\}$;
7. $L = \{\text{ensemble des mots } w \text{ ne contenant pas deux } a \text{ consécutifs}\}$;
8. $L = \{\text{ensemble des mots } w \text{ ne contenant ni deux } a \text{ consécutif ni deux } b \text{ consécutifs}\}$;
9. $L = \{\text{ensemble des mots } w \text{ de la forme } w = a^n b^n\}$;
10. $L = \{\text{ensemble des mots } w \text{ contenant autant de } a \text{ que de } b\}$;
11. $L = \{\text{ensemble des mots } w \text{ de la forme } w = a^n b^p\}$;

Exercice 4

Trois petits cochons et trois grands méchants loups veulent traverser une rivière pleine de piranhas. Il y a une seule pirogue qui peut transporter deux animaux au maximum. Un petit cochon ne peut pas utiliser la pirogue tout seul (mais deux le peuvent). Dès qu'il y a, à quelque endroit, plus de grands méchants loups que de petits cochons, les grands méchants loups vont manger les petits cochons.

Y a-t-il une possibilité pour les six animaux de traverser la rivière sans être mangés ?

Indication : utiliser un automate où les états sont les différentes répartitions possibles des petits cochons et des grands méchants loups d'un côté et de l'autre de la rivière, et les transitions représentent les traversées de la pirogue.